A trecento anni dalla nascita di Leonhard Euler

618. Bagni G.T., D'Amore B. (2007). A trecento anni dalla nascita di Leonhard Euler. *Scuola ticinese*. Vol. 36, n° 281, 10-11.

GIORGIO T. BAGNI
Dipartimento di Matematica e Informatica
Università di Udine

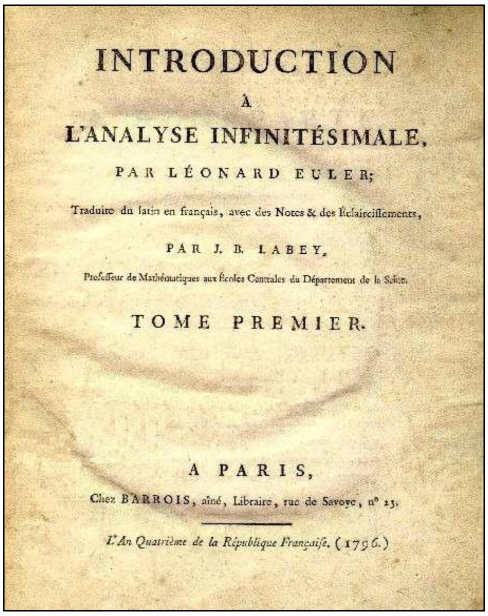
BRUNO D'AMORE
Dipartimento di Matematica
Università di Bologna
Alta Scuola Pedagogica, Locarno
Dottorato di Ricerca in Didattica della Matematica, Università Distrital, Bogotà

1. *Princeps Mathematicorum*

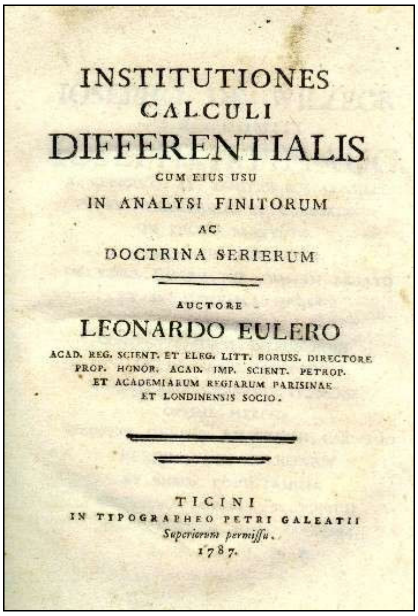
Trecento anni fa, il 15 aprile 1707, nasceva a Basilea Leonhard Euler, figlio di un pastore protestante. Il giovane Leonhard, anche grazie ai suggerimenti di Jacob Bernoulli, conoscente della famiglia Euler (aveva studiato con Paul Euler, padre di Leonhard), si dedicò alla matematica e già a 19 anni partecipò ad un concorso per il titolo di professore di fisica all'Università di Basilea: la cattedra gli fu però rifiutata a causa della sua giovane età.

Nel 1727 si trasferì presso l'Accademia delle Scienze di San Pietroburgo dove a partire dal 1730 fu professore di fisica e dal 1733 di matematica. Nel 1741 venne chiamato del re di Prussia Federico il Grande all'Accademia delle Scienze di Berlino dove rimase fino al 1766, per tornare quindi a San Pietroburgo. L'ammirazione per Eulero portò i suoi contemporanei a conferirgli il titolo di *Princeps Mathematicorum* (anche Gauss sarà detto *Princeps Mathematicorum* sulla base di una medaglia d'oro ricevuta nel 1855 dall'Università di Göttingen con tale appellativo; ma più di un secolo prima Eulero era stato chiamato *Princeps Mathematicorum* su proposta del suo maestro, Giovanni Bernoulli, in una lettera del 23 settembre 1745). In effetti la produzione euleriana è difficilmente confrontabile con quella di altri protagonisti della storia della matematica. Eulero si dedicò con pieno successo al calcolo differenziale e integrale, alla teoria dei numeri, alla geometria, alla trigonometria, all'algebra, alla matematica applicata; si occupò di didattica e di divulgazione scientifica. I suoi grandi trattati analitici *Introductio in analysin infinitorum* (1748), *Institutiones calculi differentialis* (1755) e *Institutiones calculi integralis* (1768-1780) sono considerati autentici capolavori della matematica del Settecento. Non disdegnò neppure di occuparsi di filosofia e molto lo occupò lo studio della differenza fra spirito e materia che, ai suoi tempi, era argomento assai discusso.

Eulero, nota Eric T. Bell, «scrisse le sue famose dissertazioni con la facilità con cui unoscrittore dall'agile penna scrive una lettera per un amico. La cecità totale che lo afflisse durante gli ultimi diciassette anni di vita non rallentò il ritmo della sua attività; al contrario, la perdita della vista affinò le sue percezioni nel mondo interno della sua immaginazione». E ricordiamo che «ancora oggi, gran parte di quello che si insegna nei corsi universitari di matematica ha in sostanza l'impronta di Eulero: per esempio, la discussione delle sezioni coniche e delle quadriche nello spazio a tre dimensioni, partendo dal punto di vista unificato fornito dall'equazione di secondo grado, o la questione delle annalità e tutto ciò che ne deriva (assicurazioni, pensioni di vecchiaia etc.), messa da Eulero nella forma oggi familiare» (Bell, 1990, si vedano le pp. 140-153).



INTRODUCTION
À
L'ANALYSE INFINITÉSIMALE,
PAR LÉONARD EULER;
Traduite du latin en français, avec des Notes & des Éclaircissements,
PAR J. B. LABEY,
Professeur de Mathématiques aux Écoles Centrales du Département de la Seine.
TOME PREMIER.
A PARIS,
Chez BARROIS, aîné, Libraire, rue de Savoye, nº 23.
L'An Quatrième de la République Française. (1796.)



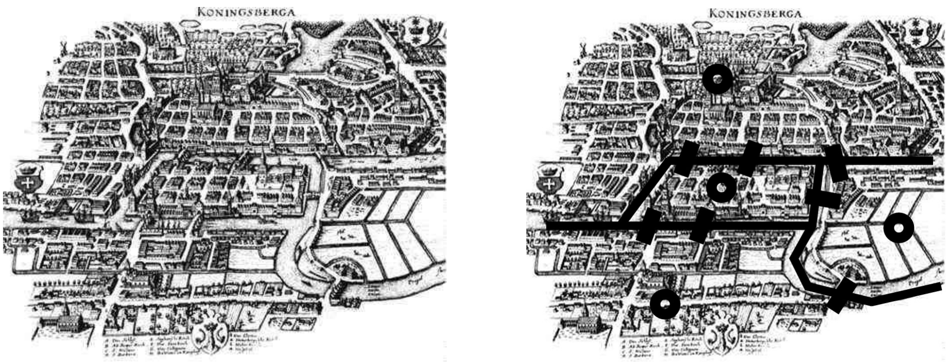
INSTITUTIONES
CALCULI
DIFFERENTIALIS
CUM EIUS USU
IN ANALYSI FINITORUM
AC
DOCTRINA SERIERUM
AUCTORE
LEONARDO EULERO
ACAD. REG. SCIENT. ET ELEG. LITT. BORUSS. DIRECTORE
PROF. HONOR. ACAD. IMP. SCIENT. PETROP.
ET ACADEMIARUM REGIARUM PARISINAE
ET LONDINENSIS SOCIO.
TICINI
IN TYPOGRAPHEO PETRI GALEATII
Superiorum permissu.
1787.

I frontespizi di due dei più importanti trattati euleriani di analisi matematica:
a sinistra, la prima edizione francese (1796) dell'*Introductio in analysin infinitorum*;
a destra, la seconda edizione (1787) di *Institutiones calculi differentialis*, comprendente le aggiunte curate da F. Speroni sulla base delle annotazioni dello stesso Euler

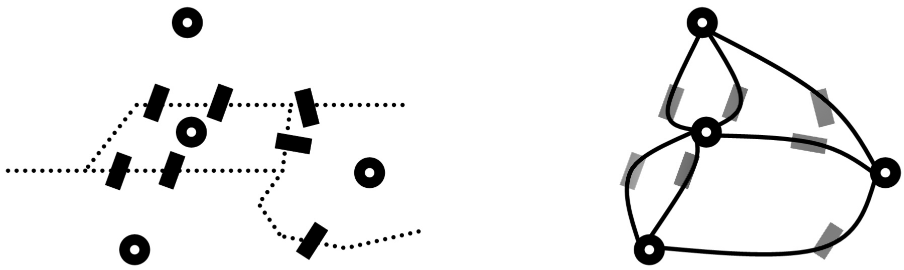
Scegliere tra gli innumerevoli importantissimi contributi alla matematica di Eulero non è facile. Dal punto di vista didattico e divulgativo, abbiamo ritenuto particolarmente interessante occuparci del celebre "problema dei ponti di Königsberg", di alcuni spunti tratti dalle euleriane *Lettres à une Princesse d'Allemagne* e della celebre formula dei poliedri.

2. A passeggio per i ponti di Königsberg

La città di Königsberg, già nella Prussia Orientale, oggi è chiamata Kaliningrad ed è famosa per aver dato i natali a Immanuel Kant (1724-1804). Königsberg è percorsa dal fiume Pregel e dagli affluenti che formano due isole collegate tra di loro e con le due aree principali della città da sette ponti.



A sinistra, un'antica veduta di Königsberg; nella figura a destra abbiamo evidenziato i fiumi, i ponti e, con i cerchietti, le quattro zone della città collegate dai sette ponti.
Nelle figure qui sotto abbiamo "semplificato" graficamente la rappresentazione, omettendo la mappa e le indicazioni dei fiumi e schematizzando infine la situazione mediante un grafo.



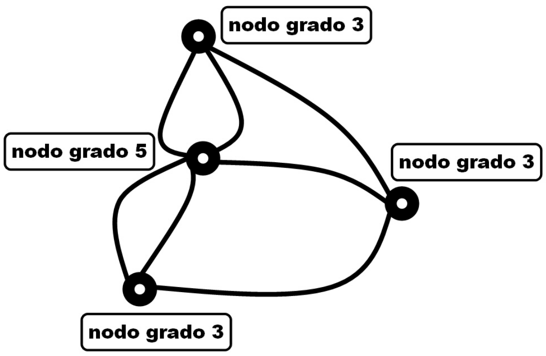
Un problema che tradizionalmente si ponevano i cittadini di Königsberg era il seguente: si può passeggiare lungo un percorso che attraversa *ogni* ponte *una e una sola volta* in modo da *tornare al punto di partenza*?

Prima di proseguire invitiamo il lettore a fare qualche tentativo…

Ma forse sarebbe inutile insistere troppo. Nel 1736, infatti, Eulero dimostrò che una tale passeggiata non era possibile. Nel fare ciò egli gettò le basi di un importante e modernissimo settore della matematica, la Teoria dei Grafi, un ramo molto fecondo nato nel seno della Topologia.

Con riferimento allo schema ottenuto, ogni zona della città, indicata da un cerchietto, costituisce un *nodo* (o *vertice*); ogni linea che unisce due nodi si dice arco (o *spigolo*, o *lato*). Il *grado* di un nodo è il numero di archi che confluiscono in tale nodo.

È facile determinare i gradi dei quattro nodi presenti nel grafo ora ottenuto:



Eulero enunciò il seguente teorema: *un qualsiasi grafo è percorribile* (nel modo detto, cioè passando sugli spigoli una ed una sola volta) *se e soltanto se ha tutti i nodi "di grado pari", o due di essi sono di grado dispari; per percorrere un grafo di quest'ultimo tipo, cioè con due nodi di grado dispari, è necessario partire da uno di essi e terminare il percorso sull'altro nodo dispari.*

Il problema dei ponti di Königsberg si risolve allora immediatamente applicando questo teorema: *non* è possibile percorrere il grafo nel modo richiesto, in quanto tale grafo ha ben 4 nodi di grado dispari.

3. Le famose "Lettere a una principessa"

Un'opera di Eulero che a fatica si può citare come "scientifica" nel senso rigoroso di tale termine, è costituita dalle *Lettres à une princesse d'Allemagne sur divers sujets de Physique & de Philosophie*. Si tratta di ben 234 lettere scritte tra il 1760 ed il 1762 alla giovane figlia del margravio regnante di Brandeburgo-Schwedt, Sophie Friederike Charlotte Leopoldine (che sarebbe poi diventata principessa di Anhalt-Dessau) allo scopo di istruirla in francese, fisica, filosofia, matematica… Queste straordinarie lettere, brevi ma sempre molto dense, a parte l'essere uno spettacolo di chiarezza e concisione, toccano tutti i principali problemi scientifici dell'epoca, ma in modo che, realmente, un giovane interessato possa trarne giovamento. Esse ebbero, dal punto di vista editoriale, una fortuna straordinaria; pubblicate una prima volta nel 1768, lo furono a più riprese in varie lingue e la loro fortuna ancora non si è spenta.

Può essere didatticamente interessante e curioso sapere che in una di esse, per spiegare alla giovane nobile allieva i sillogismi di Aristotele, per la prima volta in assoluto, stando almeno ai documenti finora noti, Eulero usò quelli che oggi si chiamano "diagrammi di Eulero-Venn", cioè inserì dentro circoli tracciati direttamente a penna sui fogli delle lettere dei simboli per indicare raccolte o insiemi come si trattasse di un tutto unico (diagrammi per alcuni versi simili erano stati utilizzati da Leibniz, ma sono stati resi pubblici solo all'inizio del XX secolo). Per esempio, Eulero indica esplicitamente con:

l'insieme di tutti gli uomini.

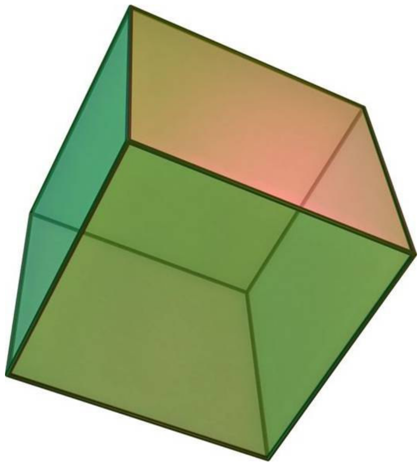
Queste lettere rappresentano ancora oggi un esempio straordinario di scrittura scientifica per un lettore non specialista; le scelte stilistiche adottate rivelano una perizia non comune ed un'attenzione davvero notevole per il lettore.

4. I poliedri

Un altro studio ben noto a qualsiasi livello scolare che porta il nome di Eulero è quello relativo ai poliedri.

Se si esamina un cubo, ad esempio, si può notare come in esso vi siano:

- 6 facce (f)
- 8 vertici (v)
- 12 spigoli (s).



Ebbene si può notare che: v+f = s+2.

Tale relazione non è specifica per il cubo, ma vale per tutti i poliedri convessi, anche se non regolari.

Per esempio, in una piramide a base quadrata si verifica che: f=5, v=5, s=8 e 5+5=8+2.

Chiunque può fare diverse verifiche e ammettere che questa regola vale. Ben altra cosa è, ovviamente, *dimostrare* in generale questa proprietà. Essa fu enunciata anche dal grande geometra-filsofoso francese René Descartes (Cartesio) [1596–1650], ma senza una vera e propria dimostrazione rigorosa.

5. Conclusione

Siamo dunque di fronte ad un personaggio superbo, poliedrico, capace di affrontare i rami più impervi della matematica con perizia infinita, ma anche di creare nuovi strumenti per la matematica stessa, non disdegnando di impegnarsi in ricerche la cui enunciazione sembra essere meno nobile. Quel che rende nobile una ricerca è l'importanza del risultato; e quel che affrontava il Principe della Matematica si trasformava sempre, letteralmente, in oro…

Riferimenti bibliografici

Bagni G.T. (1996). *Storia della matematica*. Vol. 2. Bologna: Pitagora.

Bell E.T. (1990). *I grandi matematici*. Firenze: Sansoni (prima edizione: 1950).

D'Amore B., Matteuzzi M. (1975). *Dal numero alla struttura*. Bologna: Zanichelli.